#### DOI: 10.19595/j.cnki.1000-6753.tces.L80179

# 考虑零速/极低速稳定性的异步电机转差频率 与定子电阻耦合补偿策略

钟志宏 方晓春 王晓帆 杨中平 林 飞

(北京交通大学电气工程学院 北京 100044)

**摘要** 在间接矢量控制中,为了实现高精度的控制,转差频率和定子电阻的补偿都非常重要。 在现有的研究中,转差频率和定子电阻在零速/极低速下同时补偿的稳定性探讨较少,二者耦合关 系的研究也不够深入。该文通过深入地分析转差频率和定子电阻在磁链上的耦合关系,给出转差 频率和定子电阻解耦的条件,以及不解耦情况下能够收敛的条件。此外,利用李雅普诺夫稳定性 第二定理,设计一种转差频率和定子电阻的耦合补偿策略,该策略在理论上可以达到全域渐近稳 定,且在动态性能上具有一定的优越性。该文基于 5.5kW 电机对拖平台,对所提出的补偿方法进 行了实验验证,证明了该方法与理论分析的一致性。

关键词:低速区 转差频率补偿 定子电阻补偿 李雅普诺夫 稳定性 耦合性 中图分类号: TM315

# A Coupling Compensation Strategy for Slip Frequency and Stator Resistance of Induction Motor Considering the Stability near Zero Speed

Zhong Zhihong Fang Xiaochun Wang Xiaofan Yang Zhongping Lin Fei (College of Electrical Engineering Beijing Jiaotong University Beijing 100044 China)

**Abstract** In indirect vector control, the compensation of slip frequency and stator resistance is very important for high precision control. In the existing researches, the stability of compensation of slip frequency and stator resistance at low speed area is rarely discussed, and the research of coupling relationship between them is not deep enough. In this paper, the coupling relationship between the slip frequency and the stator resistance on the flux linkage is analyzed in depth, and the decoupling conditions of the slip frequency and the stator resistance and the convergence conditions are given. In addition, a new coupling compensation strategy of slip frequency and stator resistance is designed by using the second stability theorem of lyapunov. Based on the 5.5kW motor towing platform, this paper carried out experimental verification on the compensation method proposed in this paper, and proved the consistency of this method and theoretical analysis.

**Keywords:** Low speed area, slip frequency compensation, stator resistance compensation, Lyapunov, stability, coupling

0 引言

在轨道交通车辆中,矢量控制由于控制较为简

收稿日期 2018-06-28 改稿日期 2018-11-06

单,性能稳定可靠等优点被广泛应用。近年来,由 于再生制动的广泛应用,以及纯电制动等概念的提 出,对牵引电机的控制性能,尤其是在零速/极低速 制动区的控制性能提出了更高的要求。在矢量控制 系统中,要实现高精度的控制性能,转差频率与定 子电阻的准确性均非常重要,若转差频率发生偏差, 会直接导致磁场定向偏差,造成输出转矩精度下降; 若定子电阻发生偏差,一方面会使磁链发生偏差, 甚至脉动<sup>[1]</sup>;另一方面,在低速下,会造成电机前 馈的补偿偏差,影响电机的动态性能。但转差频率 受转子电阻和转子电感的影响,和定子电阻一样, 这些参数受温度、电流、磁饱和等多种因素的影响, 离线参数不能满足高精度控制的要求,需要使用在 线校正策略。目前,针对转差频率的校正策略较多, 有最小二乘法、基于观测器的方法、模型参考自适 应法及人工智能技术等<sup>[2-5]</sup>。

模型参考自适应(Model Reference Adaptive System, MRAS)的方法由于其原理简单、计算量较 少、辨识精度较高等优点,得到了广泛关注,且应 用范围较广[6-8]。当模型中的转差频率和电机真实转 差频率值不一致时, 电机控制系统中的相关物理量 会偏离其理论值, MRAS 系统正是基于此来实现转 差频率的补偿。根据参考模型的不同, MRAS 可以 分为磁链模型<sup>[6-7]</sup>、电压模型<sup>[9]</sup>、转矩模型<sup>[10-11]</sup>、无 功功率模型<sup>[8,12]</sup>、有功功率模型<sup>[13]</sup>和磁链电流点乘 模型<sup>[14-15]</sup>等。其中, 文献[6]通过观测αβ 轴磁链, 从而得到 dq 轴的磁链。文献[7]则通过电压方程得 到 dq 轴的磁链。为了避免磁链计算, 文献[9]提出 了 d 轴电压补偿模型, 达到了同样的补偿效果。文 献[16]将所有基于 MRAS 的转差频率在线辨识方法 进行了统一描述,并指出,磁链模型和电压模型在 一定程度上是等效的。文献[10]从收敛速度、负载 依赖性、偏差灵敏性等角度综合对比分析了 q 轴、d 轴转子磁链模型以及 q 轴、d 轴定子电压模型。文 献[17]以解析形式对不同模型的参数敏感性进行了 对比分析,并指出,磁链与电压模型的优点为实现 简单,收敛速度较快,但参数依赖性也较大,且稳 定性受电流极性和定子频率极性的影响。文献[11] 选取电磁转矩构成 MRAS 以实现转子时间常数辨 识,并指出转矩模型更适用于电机重载工况。文献 [8]将无功功率的概念引入到转子磁场定向系统中, 并且根据模型参考自适应原理设计了磁场定向矫正 系统。文献[12]以波波夫超稳定理论证明了无功功 率模型的稳定性并对无功功率模型的电感参数敏感 性做出了分析,但并未考虑定子频率为负值的情况。 文献[16]指出其在定子频率为负值的情况下并不稳 定。文献[15]在基于无功功率磁场定向矫正的基础 上有了较大改进,利用定子电流与转子磁链的点乘, 并根据模型参考自适应理论建立闭环矫正系统,消

除了死区的影响。文献[14]对定子电流与转子磁链 的点乘模型进行了稳定性分析,证明了其全速域的 稳定性,并对其参数进行了设计。

针对定子电阻的 MRAS 补偿策略研究较少,基本可以分为磁链法和构造函数法两类。文献[18]使用带转矩信息的励磁电流模型对定子电阻进行补偿。文献[19]通过构建与定子电阻呈正相关的函数 *u*error,通过校正 *u*error 来校正定子电阻,但均未对定子电阻补偿的全速域的稳定性加以说明。

本文通过深入分析转差频率和定子电阻在磁链 上的耦合关系,利用李雅普诺夫稳定性第二定理,设 计了一种转差频率和定子电阻的耦合补偿策略,并在 理论上证明其在全速域下都大范围渐近稳定。最后, 在 5.5kW 电机对拖平台上进行了实验验证,一方面, 验证了本文所提策略的有效性,其中,特别验证了 本文所提策略在零速附近的稳定性;另一方面,通 过选取两类现有的补偿策略,在稳定性和动态性能 两个方面,与本文提出的耦合补偿策略进行了对比, 证明了本文提出的耦合补偿策略在稳定性和动态性 能上的优越性。同时,本文对耦合补偿方法的设计 思路,是一种通用的思路,具有一定的参考价值。

# 1 转子电阻和定子电阻对磁链的影响

电机的稳态电压方程为

$$\begin{cases} \omega_{\rm e} \frac{L_{\rm m}}{L_{\rm r}} \psi_{\rm rq} = -u_{\rm sd} + R_{\rm s} i_{\rm sd} - \omega_{\rm e} L_{\sigma} i_{\rm sq} \\ \omega_{\rm e} \frac{L_{\rm m}}{L_{\rm r}} \psi_{\rm rd} = u_{\rm sq} - R_{\rm s} i_{\rm sq} - \omega_{\rm e} L_{\sigma} i_{\rm sd} \end{cases}$$
(1)

式中,  $L_m$ 、 $L_r$ 和  $L_s$ 分别为激励电感、转子电感和漏 感;  $L_{\sigma}=\sigma L_s$ ,为电机的总漏感, $\sigma$ 为漏感系数;  $R_s$ 为定子电阻;  $\omega_e$ 为定子角频率; $\psi_{rd}$ 和 $\psi_{rq}$ 分别为转 子磁链的 d 轴和 q 轴分量;  $i_{sd}$ 和  $i_{sq}$ 分别为定子电流 的 d 轴和 q 轴分量;  $u_{sd}$ 和  $u_{sq}$ 分别为定子电压的 d 轴和 q 轴分量。

若忽略定子电阻的变化,当转差频率发生变化, 将控制系统中的电压方程与实际电机中的电压方程 做差,可以得到磁链的误差方程,具体形式如式(2) 所示。其中,假设电流实际值与电压实际值均能跟 踪上指令值,下标带 ref 的表示实际的电机参数; 下标不带 ref 的为控制系统中相关参数。

$$\begin{cases} \psi_{\rm rq} - \psi_{\rm rqref} = \frac{L_{\rm c}L_{\rm r}i_{\rm sq}}{L_{\rm m}\omega_{\rm e}}(\omega_{\rm sref} - \omega_{\rm s}) \\ \psi_{\rm rd} - \psi_{\rm rdref} = \frac{(L_{\rm m}^2 + L_{\rm c}L_{\rm r})i_{\rm sd}}{L_{\rm m}\omega_{\rm e}}(\omega_{\rm sref} - \omega_{\rm s}) \end{cases}$$
(2)

式中, *o*<sub>s</sub> 为控制系统中的转差频率; *o*<sub>sref</sub> 为实际的转差频率。

由上述关系式可以列出转差频率误差与磁链误 差的关系为

$$\begin{cases} \frac{i_{sq}}{\omega_{e}} (\omega_{sref} - \omega_{s})(\psi_{rq} - \psi_{rqref}) \ge 0 \\ \frac{i_{sd}}{\omega_{e}} (\omega_{sref} - \omega_{s})(\psi_{rd} - \psi_{rdref}) \ge 0 \end{cases}$$
(3)

若不考虑转差频率的变化,仅考虑定子电阻的 变化,同样,将控制系统中的电压方程与实际电机 中的电压方程做差,化简后的误差方程为

$$\begin{cases} \psi_{\rm rq} - \psi_{\rm rqref} = \frac{L_{\rm r} i_{\rm sd}}{L_{\rm m} \omega_{\rm e}} (R_{\rm s} - R_{\rm sref}) \\ \psi_{\rm rd} - \psi_{\rm rdref} = \frac{L_{\rm r} i_{\rm sq}}{L_{\rm m} \omega_{\rm e}} (R_{\rm sref} - R_{\rm s}) \end{cases}$$

$$(4)$$

同样地,可以得出关系式为

$$\begin{cases} \frac{i_{sd}}{\omega_{e}} (R_{s} - R_{sref})(\psi_{rq} - \psi_{rqref}) \ge 0 \\ \frac{i_{sq}}{\omega_{e}} (R_{sref} - R_{s})(\psi_{rd} - \psi_{rdref}) \ge 0 \end{cases}$$
(5)

综合式(2)~式(5),可以看出,定子电阻和 转差频率对磁链的影响类似,但一方面,两者对于 q 轴磁链的影响方向不同;另一方面,他们都还受 转矩电流极性以及定子频率极性的影响。

若综合考虑两者的影响,磁链的变化则更加复杂,表现为

$$\begin{cases} \Delta \psi_{\rm rq} = \frac{L_{\rm r}}{L_{\rm m}} \cdot \frac{\Delta R_{\rm s} i_{\rm sd} - \Delta \omega_{\rm s} L_{\rm \sigma} i_{\rm sq}}{\omega_{\rm e}} \\ \Delta \psi_{\rm rd} = \frac{-\Delta R_{\rm s} L_{\rm r} i_{\rm sq} - \Delta \omega_{\rm s} (L_{\rm r} L_{\rm \sigma} + L_{\rm m}^2) i_{\rm sd}}{L_{\rm m} \omega_{\rm e}} \end{cases}$$
(6)

可以看到,两者共同影响磁链的变化,转差频 率与定子电阻存在耦合关系,且两者之间的耦合关 系可以表示为

$$\begin{cases} \Delta \psi_{rq} \Delta R_{s} \frac{L_{m} \omega_{e}}{L_{r} L_{\sigma}} - \Delta \psi_{rd} \Delta \omega_{s} \frac{L_{m} \omega_{e}}{L_{r}} = \\ \frac{i_{sd}}{L_{\sigma}} \Delta R_{s} + \frac{L_{r} L_{\sigma} + L_{m}^{2}}{L_{r}} \Delta \omega_{s}^{2} \ge 0 \\ -\Delta \psi_{rq} \Delta \omega_{s} \frac{L_{m} \omega_{e} i_{sq}}{L_{r} i_{sd}} - \Delta \psi_{rd} \Delta R_{s} \frac{L_{m} \omega_{e} i_{sq}}{\left(L_{r} L_{\sigma} + L_{m}^{2}\right) i_{sd}} = \\ \frac{L_{r} i_{sq}^{2}}{\left(L_{r} L_{\sigma} + L_{m}^{2}\right) i_{sd}} \Delta R_{s}^{2} + \frac{L_{\sigma} i_{sq}^{2}}{i_{sd}} \Delta \omega_{s}^{2} \ge 0 \end{cases}$$

# 2 转差频率与定子电阻的耦合分析

#### 2.1 q 轴磁链校正下的 d 轴磁链误差

电机参数准确时,实际电机模型中的 d 轴电压 方程为

$$\omega_{\text{eref0}} \frac{L_{\text{m}}}{L_{\text{r}}} \psi_{\text{rqref0}} = -u_{\text{sdref0}} + R_{\text{sref0}} i_{\text{sd}} - \omega_{\text{eref0}} L_{\sigma} i_{\text{sq}} \quad (8)$$

式中,下标带有 ref0 表示此时实际电机中的参数。

电机的定子电阻与转差频率参数发生改变后, 实际电机模型中的 d 轴电压方程为

$$\omega_{\text{eref}} \frac{L_{\text{m}}}{L_{\text{r}}} \psi_{\text{rqref}} = -u_{\text{sdref}} + R_{\text{sref}} i_{\text{sd}} - \omega_{\text{eref}} L_{\sigma} i_{\text{sq}} \quad (9)$$

因为实际中转子时间常数以及定子电阻的改 变,并不影响实际的转子磁链,转子磁链方向一直 在 d 轴上,因此 q 轴磁链一直为零,参数的变化主 要体现在了电压上。将式(8)和式(9)相减,可 以得到误差方程为

$$\Delta u = \Delta R_{\rm s} i_{\rm sd} - \Delta \omega_{\rm e} L_{\sigma} i_{\rm sq} \tag{10}$$

电机的定子电阻与转差频率参数发生改变后, 控制模型中的 d 轴电压方程可以表示为

$$\omega_{\rm e} \frac{L_{\rm m}}{L_{\rm r}} \psi_{\rm rq} = -u_{\rm sd} + R_{\rm s} i_{\rm sd} - \omega_{\rm e} L_{\sigma} i_{\rm sq} \qquad (11)$$

假设电压指令能够跟踪,且如果只通过调节转 差频率来调节 q 轴磁链到零,可调模型的转差频率 变化量为

$$\Delta \omega_{\rm s1} = \frac{\Delta R_{\rm s} i_{\rm sd} - \Delta \omega_{\rm s} L_{\sigma} i_{\rm sq}}{L_{\sigma} i_{\rm sq}} \tag{12}$$

将式(12)代入q轴电压误差方程,可求得此时d轴磁链的调节误差为

$$\Delta R_{\rm s}i_{\rm sq} + \Delta \omega_{\rm s}L_{\sigma}i_{\rm sd} + \frac{\Delta R_{\rm s}i_{\rm sd} - \Delta \omega_{\rm s}L_{\sigma}i_{\rm sq}}{L_{\sigma}i_{\rm sq}}L_{\sigma}i_{\rm sd} = \frac{i_{\rm sd}^2 + i_{\rm sq}^2}{i_{\rm sq}}\Delta R_{\rm s}$$

(13)

可以看到,当转差频率和定子电阻均发生变化 时,如果仅补偿转差频率,当q轴磁链被调节到零, d 轴磁链误差并不会调节到零,而是调节到一个与 定子电阻变化量有关的量,定子电阻和转差频率对 磁链有一定的耦合关系。

# 2.2 转差频率与定子电阻的耦合关系推论 假设转差频率的自适应方程为

$$f_1(T_{\rm r}) = k_1 \psi_{\rm rd} + k_2 \psi_{\rm rg} \tag{14}$$

定子电阻的自适应方程为

按照上述分析,写出这两个自适应函数下的误 差方程为

$$\begin{cases} k_1 \Big[ \Delta R_s i_{sd} - \Delta \omega_s L_\sigma i_{sq} - (\Delta R_{s1} i_{sd} - \Delta \omega_{s1} L_\sigma i_{sq}) \Big] + \\ k_2 \Big[ \Delta R_s i_{sq} + \Delta \omega_s L_\sigma i_{sd} - (\Delta R_{s1} i_{sq} + \Delta \omega_{s1} L_\sigma i_{sd}) \Big] = 0 \\ k_3 \Big[ \Delta R_s i_{sd} - \Delta \omega_s L_\sigma i_{sq} - (\Delta R_{s1} i_{sd} - \Delta \omega_{s1} L_\sigma i_{sq}) \Big] + \\ k_4 \Big[ \Delta R_s i_{sq} + \Delta \omega_s L_\sigma i_{sd} - (\Delta R_{s1} i_{sq} + \Delta \omega_{s1} L_\sigma i_{sd}) \Big] = 0 \end{cases}$$
(16)

式中, $\Delta R_{s}$ 和 $\Delta \omega_{s}$ 分别为定子电阻以及转差频率实际的变化量; $\Delta R_{s1}$ 和 $\Delta \omega_{s1}$ 为可调模型中两者的变化量。

由式(16)可以得出两个规律。

规律一:若能够满足 k<sub>1</sub>/k<sub>2</sub>=i<sub>sd</sub>/i<sub>sq</sub>,此时转差频 率与定子电阻完全解耦。特别地,当 k<sub>1</sub>=i<sub>sd</sub>,k<sub>2</sub>=i<sub>sq</sub> 时,转差频率补偿模型为磁链和电流点乘模型;若 把式(1)代入式(15),则为改进的无功功率模型。

规律二:若需要两个方程有唯一解,保证 $\Delta R_{s1}$ 和 $\Delta \omega_{s1}$ 能够收敛到 $\Delta R_{s}$ 和 $\Delta \omega_{s}$ ,则需要保证以 $\Delta R_{s1}$ 和  $\Delta \omega_{s1}$ 为未知量的方程满秩。

满秩的数学表达式为

$$(k_{1}i_{sd} + k_{2}i_{sq})(k_{3}L_{\sigma}i_{sq} - k_{4}L_{\sigma}i_{sd}) - (k_{3}i_{sd} + k_{4}i_{sq})(k_{1}L_{\sigma}i_{sq} - k_{2}L_{\sigma}i_{sd}) \neq 0$$
(17)

化简可得

$$L_{\sigma}(k_2k_3 - k_1k_4)(i_{\rm sd}^2 + i_{\rm sq}^2) \neq 0 \tag{18}$$

进而可得到如下条件

$$\begin{cases} \frac{k_1}{k_3} \neq \frac{k_2}{k_4} & k_3 \neq 0, k_4 \neq 0 \\ k_1 \neq 0 & k_3 = 0, k_4 \neq 0 \\ k_2 \neq 0 & k_3 \neq 0, k_4 = 0 \end{cases}$$
(19)

方程的变量若能满足式(19),就能保证补偿方 式能够收敛到唯一解。

# 3 稳定性设计及耦合补偿策略

### 3.1 基于李雅普诺夫定理的稳定性设计

上述耦合分析只利用了稳态电压方程,一方面, 无法分析系统整体的稳定性;另一方面,难以用于 自适应率的设计。下面利用李雅普诺夫稳定定律对 系统的自适应函数进行设计。

借鉴全阶观测器的稳定性分析设计方法,设计 思路如下。

系统的可调模型为

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{s} \\ \mathbf{\psi}_{r} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{s} \\ \mathbf{\psi}_{r} \end{bmatrix} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{s} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\mathbf{R}_{s}}{\sigma L_{s}} + \frac{L_{m}^{2}}{\sigma L_{s} L_{r} T_{r}}\right) \mathbf{I} - \omega_{e} \mathbf{J} & \frac{L_{m}}{\sigma L_{s} L_{r} T_{r}} \mathbf{I} - \omega_{r} \frac{L_{m}}{\sigma L_{s} L_{r}} \mathbf{J} \\ & \frac{L_{m}}{T_{r}} \mathbf{I} & -\frac{1}{T_{r}} \mathbf{I} - \omega_{s} \mathbf{J} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{s} \\ \mathbf{\psi}_{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_{s}} \mathbf{I} \\ \mathbf{O} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{s} \tag{20}$$
系统的参考模型为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\mathrm{sref}} \\ \mathbf{\psi}_{\mathrm{rref}} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{\mathrm{ref}}\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\mathrm{sref}} \\ \mathbf{\psi}_{\mathrm{rref}} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_{\mathrm{ref}}\mathbf{u}_{\mathrm{sref}} = \\ \begin{bmatrix} -\left(\frac{R_{\mathrm{sref}}}{\sigma L_{\mathrm{s}}} + \frac{L_{\mathrm{m}}^{2}}{\sigma L_{\mathrm{s}} L_{\mathrm{r}} T_{\mathrm{rref}}}\right)\mathbf{I} - \omega_{\mathrm{eref}}\mathbf{J} & \frac{L_{\mathrm{m}}}{\sigma L_{\mathrm{s}} L_{\mathrm{r}} T_{\mathrm{rref}}}\mathbf{I} - \omega_{\mathrm{r}}\frac{L_{\mathrm{m}}}{\sigma L_{\mathrm{s}} L_{\mathrm{r}}}\mathbf{J} \\ & \frac{L_{\mathrm{m}}}{T_{\mathrm{rref}}}\mathbf{I} & -\frac{1}{T_{\mathrm{rref}}}\mathbf{I} - \omega_{\mathrm{sref}}\mathbf{J} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\text{sref}} \\ \mathbf{\psi}_{\text{rref}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_{\text{s}}} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{\text{sref}}$$
(21)

式中, 
$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
;  $J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $u_s = \begin{bmatrix} U_{sd} & U_{sq} \end{bmatrix}^T$ 、  $i_s = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} \end{bmatrix}^T$ 、  $\psi_r = \begin{bmatrix} \psi_{rd} & \psi_{rq} \end{bmatrix}^T$ 分别  
为 dq 同步旋转坐标系下的定子电压、定子电流和转  
子磁链;  $T_r$ 为转子时间常数。

利用矩阵的加减法原则,式(20)和式(21) 相减,可以得到

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e} = \boldsymbol{A}_{\mathrm{e}}\boldsymbol{e} + \boldsymbol{H} \tag{22}$$

其中

$$\boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{i}_{s} & \Delta \boldsymbol{\psi}_{r} \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{s} - \boldsymbol{i}_{sref} & \boldsymbol{\psi}_{r} - \boldsymbol{\psi}_{rref} \end{bmatrix}^{T}$$

$$\mathbf{A}_{e} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{R_{s}}{\sigma L_{s}} + \frac{L_{m}^{2}}{\sigma L_{s} L_{r} T_{r}}\right)\mathbf{I} - \omega_{r}\mathbf{J} & \frac{L_{m}}{\sigma L_{s} L_{r} T_{r}}\mathbf{I} - \omega_{r}\frac{L_{m}}{\sigma L_{s} L_{r}}\mathbf{J} \\ \frac{i_{sd}L_{m}}{i_{sq}}(\omega_{e} - \omega_{r})\mathbf{I} & -\frac{i_{sd}}{i_{sq}}(\omega_{e} - \omega_{r})\mathbf{I} \end{bmatrix}$$

所以

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_{e} + \begin{bmatrix} -\omega_{s}\boldsymbol{J} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & -\omega_{s}\boldsymbol{J} \end{bmatrix}$$
(23)

$$A_{\rm ref} = A_{\rm e} + \begin{bmatrix} \left(\frac{R_{\rm s}}{\sigma L_{\rm s}} - \frac{R_{\rm sref}}{\sigma L_{\rm s}}\right) \mathbf{I} - \omega_{\rm sref} \mathbf{J} & \frac{L_{\rm m} i_{\rm sd}}{\sigma L_{\rm s} L_{\rm r} i_{\rm sq}} (\omega_{\rm sref} - \omega_{\rm s}) \mathbf{I} \\ L_{\rm m} (\omega_{\rm sref} - \omega_{\rm s}) \frac{i_{\rm sd}}{i_{\rm sq}} \mathbf{I} & \frac{i_{\rm sd}}{i_{\rm sq}} (\omega_{\rm sref} - \omega_{\rm s}) \mathbf{I} - \omega_{\rm sref} \mathbf{J} \end{bmatrix}$$
(24)

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} -\omega_{s}\boldsymbol{J} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & -\omega_{s}\boldsymbol{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{s} \\ \boldsymbol{\psi}_{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_{s}}\boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{O} \end{bmatrix} \boldsymbol{u}_{s} - \begin{bmatrix} \left(\frac{R_{s}}{\sigma L_{s}} - \frac{R_{sref}}{\sigma L_{s}}\right)\boldsymbol{I} - \omega_{sref}\boldsymbol{J} & \frac{L_{m}\boldsymbol{i}_{sd}}{\sigma L_{s}L_{r}\boldsymbol{i}_{sq}}(\omega_{sref} - \omega_{s})\boldsymbol{I} \\ \frac{L_{m}\boldsymbol{i}_{sd}}{\boldsymbol{i}_{sq}}(\omega_{sref} - \omega_{s})\boldsymbol{I} & \frac{i_{sd}}{\boldsymbol{i}_{sq}}(\omega_{s} - \omega_{sref}\boldsymbol{J})\boldsymbol{I} - \omega_{sref}\boldsymbol{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i}_{sref} \\ \boldsymbol{\psi}_{rref} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_{s}}\boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{O} \end{bmatrix} \boldsymbol{u}_{sref}$$

$$= \begin{bmatrix} -\left(\frac{R_{\rm s}}{\sigma L_{\rm s}} - \frac{R_{\rm sref}}{\sigma L_{\rm s}}\right) I i_{\rm sref} - \frac{L_{\rm m} i_{\rm sd}}{\sigma L_{\rm s} L_{\rm r} i_{\rm sq}} (\omega_{\rm sref} - \omega_{\rm s}) I \psi_{\rm rref} - \omega_{\rm s} J i_{\rm s} + \omega_{\rm sref} J i_{\rm sref} + \frac{u_{\rm s} - u_{\rm sref}}{\sigma L_{\rm s}} \\ - \frac{L_{\rm m} i_{\rm sd}}{i_{\rm sq}} (\omega_{\rm sref} - \omega_{\rm s}) I i_{\rm sref} - \frac{i_{\rm sd}}{i_{\rm sq}} (\omega_{\rm s} - \omega_{\rm sref}) I \psi_{\rm rref} - \omega_{\rm s} J \psi_{\rm r} + \omega_{\rm sref} J \psi_{\rm rref} \end{bmatrix}$$

$$(25)$$

构建李雅普诺夫函数

$$V = \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} + \frac{(\omega_{\mathrm{s}} - \omega_{\mathrm{sref}})^{2}}{\lambda_{1}} + \frac{(R_{\mathrm{s}} - R_{\mathrm{sref}})^{2}}{\lambda_{2}}$$
(26)

Γ.

~

式中,  $\lambda_1$  和 $\lambda_2$  均为正数。

按照李雅普诺夫稳定判据,如果 V 正定, V 的 导数负定,且随着误差的增大,V趋向于正无穷, 则可说明系统大范围渐近稳定。

对V求导可得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V = \left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}}{\mathrm{d}t}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}}{\mathrm{d}t} + \frac{2(\omega_{\mathrm{s}} - \omega_{\mathrm{sref}})}{\lambda_{1}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega_{\mathrm{s}} + \frac{2(R_{\mathrm{s}} - R_{\mathrm{sref}})}{\lambda_{2}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}R_{\mathrm{s}}$$
(27)

代入误差的导数公式(22)得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V = \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}_{\mathrm{e}})\boldsymbol{e} + \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H} + \frac{2(\omega_{\mathrm{s}} - \omega_{\mathrm{sref}})}{\lambda_{1}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega_{\mathrm{s}} + \frac{2(R_{\mathrm{s}} - R_{\mathrm{sref}})}{\lambda_{2}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}R_{\mathrm{s}} \quad (28)$$

式(28)中第一项为电机空载特征矩阵,必为 负定,因此,若后四项相加负定,则此系统稳定。

定义后四项相加 M 为

$$M = \mathbf{H}^{\mathrm{T}} \mathbf{e} + \mathbf{e}^{\mathrm{T}} \mathbf{H} + \frac{2(\omega_{\mathrm{s}} - \omega_{\mathrm{sref}})}{\lambda_{1}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \omega_{\mathrm{e}} + \frac{2(R_{\mathrm{s}} - R_{\mathrm{sref}})}{\lambda_{2}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} R_{\mathrm{s}}$$
$$= -2L_{\mathrm{m}} i_{\mathrm{sd}} (\omega_{\mathrm{s}} - \omega_{\mathrm{sref}}) \psi_{\mathrm{rq}} + \frac{2(\omega_{\mathrm{s}} - \omega_{\mathrm{sref}})}{\lambda_{1}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \omega_{\mathrm{s}} + \frac{2(R_{\mathrm{s}} - R_{\mathrm{sref}})}{\lambda_{2}} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} R_{\mathrm{s}}$$
(29)

引入方程N, 令M+N=0, 若N>0, 则M负定。 令N为

$$N = f_1 \left( \Delta \psi_{rq} \Delta R_s \frac{L_m \omega_e}{L_r L_\sigma} - \Delta \psi_{rd} \Delta \omega_s \frac{L_m \omega_e}{L_r} \right) + f_2 \left( -\Delta \psi_{rq} \Delta \omega_s \frac{L_m \omega_e i_{sq}}{L_r i_{sd}} - \Delta \psi_{rd} \Delta R_s \frac{L_m \omega_e i_{sq}}{(L_r L_\sigma + L_m^2) i_{sd}} \right)$$
(30)

消除 M 中的系数, M/2+N 为

$$\begin{cases} \frac{\lambda_{1} \cdot dt}{\lambda_{1}} \cdot \frac{\partial dt}{\partial t} = \left( \frac{L_{m} u_{sd} + f_{2}}{L_{r} i_{sd}} \right) \psi_{rq} + \\ f_{1} \frac{L_{m} \omega_{e}}{L_{r}} (\psi_{rd} - \psi_{rdref}) \\ \frac{1}{\lambda_{2}} \cdot \frac{d}{dt} R_{s} = -f_{1} \frac{L_{m} \omega_{e}}{L_{r} L_{\sigma}} \psi_{rq} + \\ f_{2} \frac{L_{m} \omega_{e} i_{sq}}{(L_{r} L_{\sigma} + L_{m}^{2}) i_{sd}} (\psi_{rd} - \psi_{rdref}) \end{cases}$$
(32)

具体的实现框图如图1所示。





## block diagram

从式(32)和图1中可以看出,函数f1在影响 转差频率补偿中q轴磁链项的同时,也影响着定子 电阻补偿中的d轴磁链项,两者的补偿中存在着较 强的耦合关系。若能合理设计函数f1和f2,使得式 (30)中的N>0,即可保证李雅普诺夫函数的导数 负定,保证系统稳定。此时,对应的转差频率和定 子电阻补偿的数学形式如式(32)所示。

#### 3.2 耦合补偿策略的提出

令  $f_1 = L_r i_{sd}$ ,  $f_2 = 0$ , 综合式 (7) 和式 (30) 可得

$$N = L_{\rm r} i_{\rm sd} \left( \Delta \psi_{\rm rq} \cdot \Delta R_{\rm s} \frac{L_{\rm m} \omega_{\rm e}}{L_{\rm r} L_{\rm \sigma}} - \Delta \psi_{\rm rd} \Delta \omega_{\rm e} \frac{L_{\rm m} \omega_{\rm e}}{L_{\rm r}} \right)$$
$$= L_{\rm r} i_{\rm sd} \left( \frac{i_{\rm sd}}{L_{\rm \sigma}} \Delta R_{\rm s}^2 + \frac{L_{\rm r} L_{\rm \sigma} + L_{\rm m}^2}{L_{\rm r}} \Delta \omega_{\rm e}^2 \right) \ge 0 \quad (33)$$

由上文可知,此时,该补偿形式在理论上可以 做到全域渐近稳定。

对应的耦合补偿策略为

$$\frac{1}{\lambda_{1}} \cdot \frac{d}{dt} \omega_{s} = L_{m} i_{sd} \left[ \psi_{rq} + \omega_{e} (\psi_{rd} - \psi_{rdref}) \right]$$

$$\frac{1}{\lambda_{2}} \cdot \frac{d}{dt} R_{s} = \frac{L_{m} i_{sd} \omega_{e}}{L_{\sigma}} \psi_{rq}$$
(34)

此时,对定子频率的补偿可看作是q轴磁链与 带时变系数的d轴磁链相加的形式,对定子电阻的 补偿可看作是带时变系数的q轴磁链补偿。

## 4 实验分析

为了验证本文所提耦合补偿方法的有效性,本 文在 5.5kW 的异步电机对拖平台上进行了实验验 证,并与其他两种方法进行了对比,体现了本文所 用方法的优越性。

实验采用的控制板为 DSP28335,控制 5.5kW 的 ABB 异步电机,对拖电机为 5kW 的永磁同步电机,开关频率为 900Hz。异步电机参数见表 1。实

验平台如图2所示。

表 1 异步电机参数	
Tab.1 Parameters of asynchronous motor	
参数	数值
额定功率/kW	5.5
额定线电压/V	380
额定频率/Hz	50
极对数	2
励磁电阻/Ω	8.19
定子电阻/Ω	2.2
定子漏感/mH	17.5
转子电阻/Ω	1.09
转子漏感/mH	17.5
励磁电感/mH	394.7



图 2 电机实验平台

## Fig.2 Motor experimental platform

## 4.1 零速/低速稳定性实验

如图 3 所示,本文将每组实验分为四个阶段。 第一阶段,模型中电机参数与真实电机参数相同, 磁场定向准确;第二阶段,模型中定子电阻和转差 频率皆发生改变;第三阶段,仅补偿转差频率,未 施加定子电阻补偿;第四阶段,转差频率和定子电 阻的耦合补偿。其中,第一阶段参数均为准确参数, 已用虚线进行标定。



(a) 自适应量跟踪曲线  $(2\omega_s, 0.5R_s)$ 





图 3 所示分别为 120r/min 牵引状态下,给定转 矩电流为 4.2A 保持不变,自适应量的跟踪曲线和转 差频率、定子电阻的跟踪曲线。其中,图 3a 和图 3b 所示为转差频率变为 2*ω*<sub>s</sub>,定子电阻变为 0.5*R*<sub>s</sub> 下的曲线;图 3c 和图 3d 所示为转差频率变为 0.5*ω*<sub>s</sub>, 定子电阻变为 0.5*R*<sub>s</sub>下的曲线。

图 4 分别为 120r/min 制动状态下,给定转矩电 流为-4.2A 保持不变,自适应量的跟踪曲线和转差 频率、定子电阻的跟踪曲线。同上,图 4a 和图 4b 所示为转差频率变为 2 \alpha\_s,定子电阻变为 0.5 \alpha\_s,下的 曲线;图 4c 和图 4d 所示为转差频率变为 0.5 \alpha\_s,定子电阻变为 0.5 \alpha\_s,定子电阻变为 0.5 \alpha\_s,定

图 5 所示为 30r/min 牵引状态下,给定转矩电 流为 4.2A 保持不变,自适应量的跟踪曲线和转差 频率、定子电阻的跟踪曲线。同上,图 5a 和图 5b



Fig.4 Self-adaptive quantity and tracking frequency of the slip frequency and stator resistance at 120 r/min







Fig.5 Self-adaptive quantity and tracking frequency of the slip frequency and stator resistance at 30r/min

所示为转差频率变为  $2\omega_s$ ,定子电阻变为  $0.5R_s$ 下的曲线;图 5c 和图 5d 所示为转差频率变为  $0.5\omega_s$ ,定子电阻变为  $0.5R_s$ 下的曲线。

图 6 所示为 30r/min 制动状态下,给定转矩电 流为-4.2A 保持不变,自适应量的跟踪曲线和转差 频率、定子电阻的跟踪曲线。同上,图 6a 和图 6b 所示为转差频率变为 2*w*<sub>s</sub>,定子电阻变为 0.5*R*<sub>s</sub>下的



(a) 自适应量跟踪曲线(2*ω*<sub>s</sub>, 0.5*R*<sub>s</sub>)



图 6 30r/min 制动状态下自适应量以及转差频率、 定子电阻的跟踪曲线

Fig.6 Self-adaptive quantity and tracking frequency of the slip frequency and stator resistance at 30 r/min

曲线;图 6c 和图 6d 所示为转差频率变为 0.5 *ω*<sub>s</sub>,定 子电阻变为 0.5*R*<sub>s</sub>下的曲线。

由 120r/min 和 30r/min 的牵引制动的实验波形中,可以得出两个结论:

(1)电机转速越低,仅补偿转差频率的系统越 难收敛,收敛的稳态误差越大。

(2)转差频率与定子电阻耦合补偿的情况下, 系统在牵引工况、制动工况,以及定子频率在零附 近的工况下均能够保持稳定,转差频率和定子电阻 均能快速收敛到准确值。

低速制动区稳定性对比实验

保持电机转速为 30r/min,给定转矩电流为 -4.2A,依照上述四阶段实验方法,对本文提出的耦 合补偿策略和传统的改进 q 轴磁链+u<sub>error</sub>的补偿策 略进行对比,实验波形如图 7 所示。





图 7 稳定性对比

#### Fig.7 Stability comparison

可以看到,应用本文提出的耦合补偿策略后, 系统在低速制动区仍然稳定,且能够快速收敛到正 确的值。而原补偿策略下,一方面,在仅有转差频 率补偿下,补偿方向完全反向;另一方面,在同时 施加转差频率和定子补偿的情况下,系统虽然能够 收敛,但收敛的值并不正确。

#### 4.2 定子电阻对动态性能的影响

本小节选取本文提出的耦合补偿策略,与解耦 和的定子电流和转子磁链点乘补偿策略进行对比。

实验中,保持电机转速为 30r/min,在给定转矩 电流为-4.2A 情况下分别用两种策略对系统进行补 偿,待补偿且系统稳定后,将转矩电流由-4.2A 阶 跃至-5.5A,保持相同的 PI 参数,观察系统的动态 响应情况。

图 8a 和图 8b 所示分别为使用定子电流和转子 磁链点乘补偿策略和本文提出的耦合补偿策略下, 系统的定子电阻曲线和转矩电流动态响应曲线。







#### two different strategies

可以看到,在定子电流和转子磁链点乘补偿策略下,系统的定子电阻与准确定子电阻有一定的误差,系统的响应时间为 122ms,在本文提出的新型 耦合补偿策略下,定子电阻能够跟踪准确的定子电阻,系统的响应时间为 112ms,在一定程度上加快 了动态响应性能。

## 5 结论

本文基于转差频率和定子电阻的耦合性分析, 利用李雅普诺夫稳定性第二定理,设计了对转差频 率和定子电阻分别补偿的耦合补偿策略,主要结论 如下:

1)通过耦合性分析发现了两个规律:若自适应 方程中的q轴磁链和d轴磁链满足一定的比例,则 转差频率和定子电阻可以完全解耦;两者共同补偿 下,需要系统能够收敛到唯一解,需满足一定的条 件,该条件在本文中已经给出。

2)应用李雅普诺夫稳定性第二定理,提供了一 种耦合补偿方法的稳定性设计思路。

3)提出了一种耦合补偿策略,并在理论和实验 中均证明了其在稳定性、动态性能等方面的优越性。

#### 参考文献

- [1] 黄志武,阳同光.直接转矩控制定子电阻影响分析 及在线补偿[J].计算机仿真,2008(6):292-295,303.
  Huang Zhiwu, Yang Tongguang. Analysis of stator resistance influence of direct torque control and compensation on-line[J]. Computer Simulation, 2008(6): 292-295, 303.
- [2] Hamid A Toliyat, Emil Levi, Mona Raina. A review of RFO induction motor parameter estimation techniques[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2003, 18(2): 271-283.

- [3] 杨淑英,孙瑞,曹朋朋,等.一种基于双复合滑模 面滑模观测器的异步电机转子电阻辨识方案[J]. 电工技术学报,2018,33(15):3596-3606.
  Yang Shuying, Sun Rui, Cao Pengpeng, et al. Double compound manifold sliding mode observer based rotor resistance online updating scheme for induction motor[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2018, 33(15): 3596-3606.
- [4] Fan Bo, Li Xing, Shi Guanghui, et al. Motor rotor resistance identification based on elman neural network[C]//Proceeding of the IEEE International Conference on Automation and Logistics, Zhengzhou, China, 2012: 196-200.
- [5] 邵佳俊,黄文新,杨驹丰,等.基于定子电流矫正的异步电机间接定子磁场定向控制[J].电工技术 学报,2016,31(23):31-37.

Shao Jiajun, Huang Wenxin, Yang Jufeng, et al. Indirect stator field-oriented control for induction motor based on the stator current correction[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(23): 31-37.

[6] 孙大南,刘志刚,刁利军.牵引电机矢量控制转子 磁场准确定向实时校正策略[J].电工技术学报, 2011,26(9):116-123.

> Sun Danan, Liu Zhigang, Diao Lijun. Accurate rotor flux orientation real-time correction strategy for vector control of traction motors[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2011, 26(9): 116-123.

[7] 樊扬, 瞿文龙, 陆海峰, 等. 基于转子磁链 q 轴分量的异步电机间接矢量控制转差频率校正[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(9): 62-66.

Fan Yang, Qu Wenlong, Lu Haifeng, et al. Slip frequency correction method base on rotor flux q axis component for induction machine indirect vector control system[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(9): 62-66.

[8] 陆海峰, 瞿文龙, 张磊, 等. 一种基于无功功率的 异步电机矢量控制转子磁场准确定向方法[J]. 中 国电机工程学报, 2005, 25(16): 116-120.

Lu Haifeng, Qu Wenlong, Zhang Lei, et al. A novel rotor flux oriented scheme of induction motor based on reactive power[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(16): 116-120.

- [9] Yu Xing, Dunnigan M W, Willianms B W. A novel rotor resistance identification method for an indirect rotor flux-oriented controlled induction machine system[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2002, 17(3): 353-364.
- [10] Rowan T M, Kerrman R J, Leggate D. A simple on-line adaption for indirect field orientation of an induction machine[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 1991, 27(4): 720-727.
- [11] 燕俊峰, 王晓琳, 廖启新. 一种利用转矩观测矫正 异步电机转子磁场定向的方法[J]. 中国电机工程 学报, 2015, 35(17): 4517-4523.
  Yan Junfeng, Wang Xiaolin, Liao Qixin. A correction method for rotor field orientation of induction machine based on torque observation[J]. Proceedings
- [12] 王高林,杨荣峰,张家皖,等.一种感应电机转子时间常数 MRAS 的在线辨识方法[J].电工技术学报,2012,27(4):48-53.
  Wang Gaolin, Yang Rongfeng, Zhang Jiawan, et al. Rotor time constant on-line estimation of induction motors based on MRAS[J]. Transactions of China

of the CSEE, 2015, 35(17): 4517-4523.

[13] Perng Shyh Shing, Lai Yen Shin, Liu Chang Huan. Sensorless vector controller for induction motor drives with parameter identification[C]//Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE, Aachen, Germany, 1998, 2: 1008-1013.

Electrotechnical Society, 2012, 27(4): 48-53.

- [14] 张兴,张雨薇,曹朋朋,等.基于定子电流和转子 磁链点乘的转子时间常数在线辨识算法稳定性分 析[J].中国电机工程学报,2018,38(16):4863-4872.
  Zhang Xing, Zhang Yuwei, Cao Pengpeng, et al. Stability analysis of a dot product of stator currents and rotor flux based online rotor time constant updating algorithm in induction motor drives[J].
  Proceedings of the CSEE, 2018, 38(16): 4863-4872.
- [15] 郭磊磊,张兴,杨淑英,等.一种改进的异步电机 转子磁场定向校正算法[J].中国电机工程学报, 2013,33(24):127-134.
  Guo Leilei, Zhang Xing, Yang Shuying, et al. A modified rotor flux oriented correction algorithm of induction motors[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(24):127-134.
- [16] 曹朋朋, 张兴, 杨淑英, 等. 异步电机基于 MRAC

的转子时间常数在线辨识算法的统一描述[J]. 电 工技术学报, 2017, 32(19): 62-70.

Cao Pengpeng, Zhang Xing, Yang Shuying, et al. Unified description of MRAC-based online rotor time constant identification algorithm for induction motors[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(19): 62-70.

- [17] Dittrich A. Parameter sensitivity of procedures for on-line adaptation of the rotor time constant of induction machines with field oriented control[J].
   IEE Proceedings-Electronics Power Applications, 1994, 141(6): 353-359.
- [18] 文晓燕,郑琼林,韦克康,等.带零漂补偿和定子
   电阻自校正的磁链观测器[J].中国电机工程学报,
   2011,31(12):102-107.

Wen Xiaoyan, Zheng Qionglin, Wei Kekang, et al.

Flux observer with offset compensation and stator resistance self-correction[J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31(12): 102-107.

[19] Kan Jingbo, Zhang Kai, Wang Ze. Indirect vector control with simplified rotor resistance adaptation for induction machines[J]. IET Power Electronics, 2015, 8(7): 1284-1294.

#### 作者简介

钟志宏 男,1993 年生,博士研究生,研究方向为电力电子与电力传动。

E-mail: 17117414@bjtu.edu.cn

**方晓春** 男,1987 年生,博士,研究方向为轨道交通电力牵引 传动。

E-mail: xcfang@bjtu.edu.cn(通信作者)

(编辑 赵 鹏)